2. समान ताप पर स्थित सभी गैसों के लिये

$$v_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$$

इसलिये v_{rms} सर्वाधिक हल्की गैस, अर्थात् हाइड्रोजन के लिये अधिकतम है।

3. हाइड्रोजन गैस की वर्ग-माध्य-मूल चाल अधिकतम है, क्योंकि यह सबसे हल्की गैस है।

5. $$PV = \mu RT = CT$$

$$\therefore \quad C = \mu R$$

अर्थात् C गैस के द्रव्यमान पर निर्भर करता है।

6. $$P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}\bar{v}^2$$

$$P' = \frac{1}{3}\frac{(m/2)N}{V}(2\bar{v})^2$$

$$\therefore \quad \frac{P'}{P} = \frac{2}{1} \text{ या } \frac{P}{P'} = 1:2$$

9. $$P = \frac{1}{3}\left(\frac{mN}{V.}\right)\bar{v}^2$$

अर्थात् $P \propto mN$

10. ब्राउनियन गति आवोगाद्रो संख्या पर निर्भर नहीं करती है।

15. $$PV = \mu RT$$

$$P_{H_2} = \frac{m}{M_{H_2}}\frac{RT}{V},$$

$$P_{He} = \frac{m}{M_{He}}\cdot\frac{RT}{V}$$

$$\therefore \quad \frac{P_{H_2}}{P_{He}} = \frac{M_{He}}{M_{H_2}} = \frac{4\times10^{-3}}{2\times10^{-3}} = 2$$

16. N_2 के लिये, $$P = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \times \frac{RT}{V}$$

He के लिये, $$P = \frac{m_{He}}{M_{He}} \times \frac{R(2T)}{V}$$

$$\therefore \quad \frac{m_{N_2}}{28\times10^{-3}} \times \frac{RT}{V} = \frac{m_{He}}{4\times10^{-3}} \times \frac{2T\times 2}{V}$$

$$\frac{m_{N_2}}{m_{He}} = \frac{28}{4}\times 2 = \frac{14}{1}$$

17. $$\frac{PV}{T} = \frac{P'\times\frac{90}{100}V}{T}$$

$$\therefore \quad \frac{P'}{P} = \frac{100}{90} = 1 + \frac{10}{90}$$

$$\therefore \quad \frac{P'-P}{P} = \frac{10}{90}\times 100 = 11.1\%$$

18. $$PV = \frac{m}{M}(R\times 300),$$

$$PV = \frac{(m/2)RT'}{M}$$

अत: $T' = 600$ K या $t = 327°C$

19. A प्रकार के अणुओं की कुल गतिज ऊर्जा

$$= 3\times\frac{1}{2}mw^2 = \frac{3}{2}mw^2$$

B प्रकार के अणुओं की कुल गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}\times 2mv^2 = mv^2$$

अब $\frac{3}{2}mw^2 = mv^2$, या $\frac{w^2}{v^2} = \frac{2}{3}$

20. $$v_{rms} \propto \sqrt{T}$$

$$\therefore \quad v_{rms} \propto \sqrt{273}$$

तथा $2v_{rms} \propto \sqrt{T}$

$$\therefore \quad 2 = \sqrt{\frac{T}{273}} \text{ या } T = 4\times 273$$

$$\therefore \quad T = 1092 \text{ K} = 1092 - 273 = 819°C$$

21. गैस का ताप इसके अणुओं की स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा से सम्बद्ध होता है।

$$\frac{1}{2}mv_{rms}^2 = \frac{3}{2}kT$$

22. $$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \text{या} \quad 300 = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

तथा $v_{rms} = \sqrt{\frac{3R(T/2)}{2M}} = \frac{1}{2}\times 300 = 150$ मी/सेकण्ड

23. v_{rms} ताप पर निर्भर करता है तथा दाब पर निर्भर नहीं करता है।

24. $$PV = \frac{m}{M}RT, \quad P' = \frac{2m}{M}RT;$$

$$\therefore \quad \frac{P'}{P} = 2$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3P}{(m/V)}}$$

$$v'_{rms} = \sqrt{\frac{3P'}{(2m/V)}} = \sqrt{\frac{3(2P)}{2(m/V)}}$$

$$= \sqrt{\frac{3P}{m/V}} = v_{rms} = v$$

25. $$P = \frac{2}{3}E \text{ या } E = \frac{3}{2}P$$

कुल ऊर्जा $= EV = \frac{3}{2}PV$

H_2 के लिये, $1500 = \frac{3}{2}PV$

N_2 के लिये, $E'V = \frac{3}{2}\times 2PV$

अत:, $$\frac{E'V}{1500} = \frac{2}{1}$$

$\therefore N_2$ के लिए कुल ऊर्जा $= E'V = 3000$ जूल

26. $$v_{mp} = \sqrt{\frac{2}{3}}v_{rms} = \sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times 8.31\times 421}{28\times10^{-3}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times 8.31\times 421}{28\times10^{-3}}} = 500 \text{ मी/सेकण्ड}$$

27. $$P_1V_1 = \mu_1RT_1$$

या $$V_1 = \frac{\mu_1RT_1}{P_1} = \frac{1}{2}\frac{R(300)}{2} = 75R$$

$$P_2V_2 = \mu_2RT_2$$

या $$V_2 = \mu_2\frac{RT_2}{P_2}$$

$$= 1.5\times\frac{R(350)}{5} = 105R$$

$$P(V_1 + V_2) = (\mu_1 + \mu_2)RT$$

या $$P(75R + 105R) = \left(\frac{1}{2} + 1.5\right)R(273 + 69)$$

या $P \times 180R = 2 \times R \times 342$

या $P = \frac{342}{90} = 3.8$ वायुमण्डल

29. घनत्व $= \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$ = एक अणु का द्रव्यमान × संख्या घनत्व $= mn$

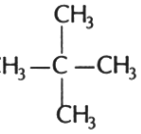
किन्तु $n = \frac{P}{kT}$ या $\rho = \frac{mP}{kT}$

30. $v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}, v_{av} = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}}$ तथा $v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

$\therefore v_{rms} > v_{av} > v_{mp}$

CHEMISTRY

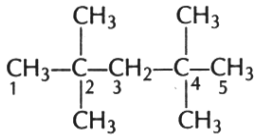
31. (c) 32. (d)

33. (c) 

निओ-पेन्टेन

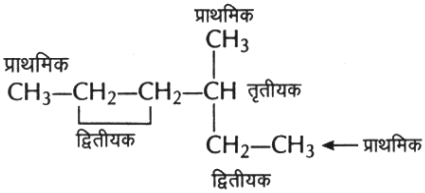
उपरोक्त संरचना से स्पष्ट होता है कि समस्त हाइड्रोजन परमाणु, प्राथमिक C-परमाणु से जुड़े हुए हैं अतः ये प्राथमिक हाइड्रोजन हैं।

34. (b) वे चक्रीय कार्बनिक यौगिक जिनके गुण ऐलिफैटिक यौगिकों के समान होते हैं, ऐलिसाइक्लिक यौगिक कहलाते हैं।

35. (b) 

2,2,4,4-टेट्रामेथिल पेन्टेन

यहाँ दो कार्बन परमाणु अर्थात् C–2 तथा C–4 ऐसे हैं जिनकी प्रकृति तृतीयक है।

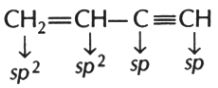
36. (b) 

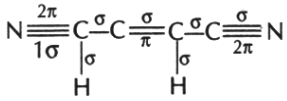
द्वितीयक

37. (b)

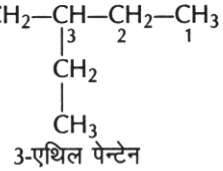
थायोफीन

यह एक विषचक्रीय यौगिक है क्योंकि यह चक्रीय शृंखला में C तथा H के अतिरिक्त बाह्य तत्व (S) को भी रखता है।

38. (a) 

39. (c) 

(7σ तथा 5π)

40. (b) 

3-एथिल पेन्टेन

इस यौगिक का अस्तित्व है।

41. (c)

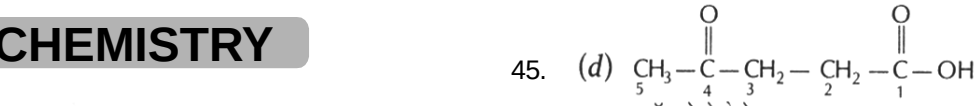
43. (a) मुख्य क्रियात्मक समूहों की वरीयता का चयन निम्न क्रम के अनुसार करते हैं

कार्बोक्सिलिक अम्ल > सल्फोनिक अम्ल > ऐनहाइड्राइड > एस्टर > अम्ल हैलाइड > अम्ल ऐमाइड > नाइट्राइल > ऐल्डिहाइड > कीटोन > ऐल्कोहॉल > ऐमीन

44. (d)

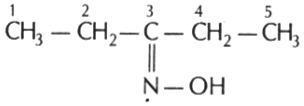
हेक्स-1-ईन-3-आइन

[∴ नामकरण करते समय द्विआबन्ध को त्रिआबन्ध से पहले वरीयता दी जाती है।]

45. (d) 

4-ऑक्सो पेन्टेनोइक अम्ल

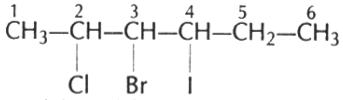
46. (c) समूह को ऐमीनो तथा समूह को ईमीनो कहते हैं।



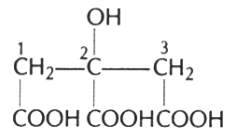
N-हाइड्रॉक्सी-3-ईमीनोपेन्टेन

47. (b) कार्बनिक यौगिक में कार्बन शृंखला में पूर्वलग्न का अंकन करते समय वरीयता का क्रम निम्न है

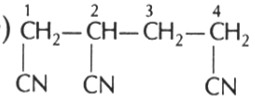
ब्रोमो > क्लोरो > आयोडो



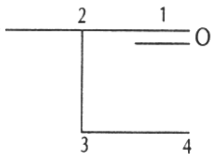
3-ब्रोमो-2-क्लोरो-4-आयोडोहेक्सेन

48. (a) 

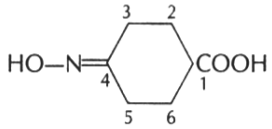
2-हाइड्रॉक्सी प्रोपेन -1,2,3-ट्राइकार्बोक्सिलिक अम्ल

49. (c) 

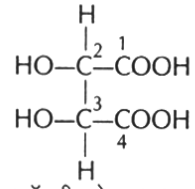
ब्यूटेन-1,2,4-ट्राइकार्बोनाइट्राइल

50. (b) 

2-मेथिल ब्यूटेनल

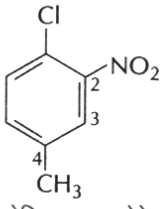
51. (d) 

4-(N-हाइड्रॉक्सी) ईमीनो साइक्लोहेक्सेन-1-कार्बोक्सिलिक अम्ल

52. (d) टार्टरिक अम्ल है 

2,3-डाइहाइड्रॉक्सीब्यूटेन -1,4-डाइओइक अम्ल

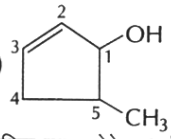
53. (b)



1-क्लोरो-4- मेथिल -2-नाइट्रोबेन्जीन

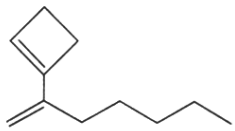
54. (d)

55. (b)



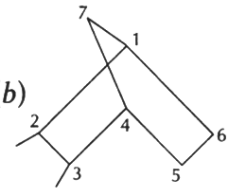
5-मेथिल साइक्लोपेन्ट-2-ईन-1-ऑल

56. (b)



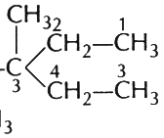
2-(1-साइक्लोब्यूटिनिल)-1-हेक्सीन

57. (b)



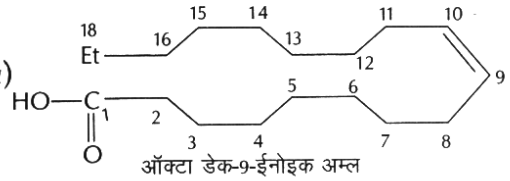
2,3-डाइमेथिल बाइसाइक्लो [2.2.1] हेप्टेन

58. (a)



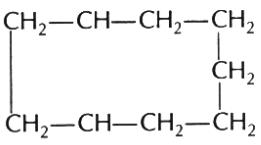
N,N-डाइमेथिल-3-मेथिल पेन्टेन-3-ऐमीन

59. (a)



ऑक्टा डेक-9-ईनोइक अम्ल

60. (c)



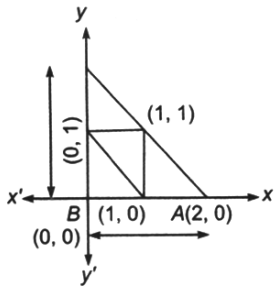
इस यौगिक में 9 कार्बन परमाणु उपस्थित हैं अतः संगत ऐल्केन नोनेन है। तीन सेतु क्रमशः 5,2 तथा 0 कार्बन परमाणु रखते हैं अतः यौगिक का नाम बाइसाइक्लो [5. 2. 0] नोनेन है।

MATHEMATICS

61. (b) दिए गए त्रिभुज के मध्य-बिन्दुओं के निर्देशांक (0, 1), (1, 1) तथा (1, 0) हैं। इन बिन्दुओं को आलेख कागज पर चित्रित करते हैं तथा एक त्रिभुज की रचना करते हैं। अतः त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई 2, 2 तथा $\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ है।

अन्तःकेन्द्र का x-निर्देशांक

$$=\frac{2\times0+2\sqrt{20}+2\cdot2}{2+2+2\sqrt{2}}$$



$$=\frac{2}{2+\sqrt{2}}\times\frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$=2-\sqrt{2}$$

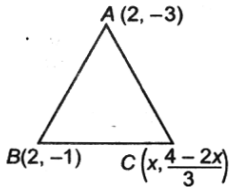
62. (c) विभाजन सूत्र से बिन्दु P के निर्देशांक जोकि AB को अन्तः विभाजित करता है, अनुपात 3 : 2 में विभाजित है।

$$P\left(\frac{3\times2+2\times1}{3+2},\frac{3\times4+2\times1}{3+2}\right)\equiv P\left(\frac{8}{5},\frac{14}{5}\right)$$

पुनः चूँकि L रेखा P से गुजरती है। अतः P के निर्देशांक $\left(\frac{8}{5},\frac{14}{5}\right)$ को समीकरण $L: 2x+y=k$ में स्थापित करने पर,

$$2\left(\frac{8}{5}\right)+\left(\frac{14}{5}\right)=k \Rightarrow k=6$$

63. (c) तीसरा शीर्ष $2x+3y=9$ पर स्थित है।



अर्थात् $\left(x,\frac{9-2x}{3}\right)$

∴ केन्द्रक का बिन्दुपथ

$$\left(\frac{2-2+x}{3},\frac{-3+\frac{9-2x}{3}+1}{3}\right)=(h,k)$$

$$\therefore \quad h=\frac{x}{3};\ k=\frac{3-2x}{9}$$

$$\Rightarrow \quad 9k=3-2(3h)\Rightarrow 9k=3-6h$$

$$\Rightarrow \quad 2h+3k=1\Rightarrow 2x+3y=1$$

64. (a) माना बिन्दु (x, y) समतल A, B तथा C में स्थित है।

तब, $$\frac{(x-1)^2+y^2}{(x+1)^2+y^2}=\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \quad 9x^2+9y^2-18x+9=x^2+y^2+2x+1$$

$$\Rightarrow \quad 8x^2+8y^2-20x+8=0$$

$$\Rightarrow \quad x^2+y^2-\frac{5}{2}x+1=0$$

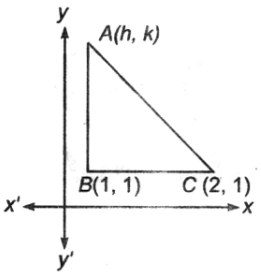
∴ A, B, C एक वृत्त पर स्थित होंगे। जहाँ $C\left(\frac{5}{4},0\right)$

65. (c) समकोण ΔABC के शीर्ष $A(h,k), B(1,1)$ व $C(2,1)$ हैं।

अब, $$AB=\sqrt{(1-h)^2+(1-k)^2}$$

$$BC=\sqrt{(2-1)^2+(1-1)^2}$$

तथा $CA = \sqrt{(h-2)^2 + (k-1)^2}$



पाइथागोरस प्रमेय से,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow \quad h^2 + 4 - 4h + k^2 + 1 - 2k = 1 + h^2 - 2h + k^2 + 1 - 2k + 1$$

$$5 - 4h = 3 - 2h$$

$$\Rightarrow \quad h = 1 \qquad \ldots(i)$$

अब, दिया गया क्षेत्रफल 1 है।

तब, ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$$\Rightarrow \quad 1 = \frac{1}{2} \times \sqrt{(1-h)^2 + (1-k)^2} \times 1$$

समी (i) में $h = 1$ रखने पर,

$$2 = \sqrt{(k-1)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$$4 = k^2 + 1 - 2k$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \quad (k-3)(k+1) = 0$$

$$\Rightarrow \quad k = -1, 3$$

66. (d) माना ΔABC में $A(1,1)$ है, तब AB का मध्य-बिन्दु $(-1, 2)$ है।

$$\Rightarrow \quad B(-3, 3)$$

AC का मध्य-बिन्दु $(3, 2) \Rightarrow C(5, 3)$ है। अत: केन्द्रक $\left(1, \frac{7}{3}\right)$ है।

67. (a) माना तीसरा शीर्ष $C(x_1, y_1)$ है, केन्द्रक $\left(\frac{2-2+x_1}{3}, \frac{-3+1+y_1}{3}\right)$ है अर्थात् $\left(\frac{x_1}{3}, \frac{y_1-2}{3}\right)$ यह रेखा $2x + 3y = 1$ पर स्थित है।

$$\therefore \quad \frac{2}{3}(x_1) + 3\left(\frac{y_1 - 2}{3}\right) = 1$$

अत: C का बिन्दुपथ $2x + 3y = 9$ है।

68. (c) चूँकि $x + y = |a|$ तथा $ax - y = 1$ प्रथम चतुर्थांश में प्रतिच्छेद करती है।

$\therefore x$ तथा y का अन्त:खण्ड धनात्मक है।

$$\therefore \quad x = \frac{1 + |a|}{1 + a} \geq 0 \text{ तथा } y = \frac{a|a| - 1}{a + 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \quad 1 + a \geq 0 \text{ तथा } a|a| - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow \quad a \geq -1 \text{ तथा } a|a| \geq 1 \qquad \ldots(i)$$

यदि $\quad -1 \leq a < 0$

$$\Rightarrow \quad -a^2 > 1 \qquad \text{(असम्भव)}$$

यदि $\quad a \geq 0$

$$\Rightarrow \quad a^2 \geq 1 \Rightarrow a \geq 1$$

$$\therefore \quad a > 1 \text{ या } a \in [1, \infty)$$

69. (d) चूँकि रेखा L बिन्दु $(13, 32)$ से होकर जाती है।

$$\therefore \quad \frac{13}{5} + \frac{32}{b} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{32}{b} = -\frac{8}{5} \Rightarrow b = -20$$

रेखा K, रेखा L के समान्तर है तथा समीकरण

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{20} = a \Rightarrow \frac{x}{5a} - \frac{y}{20a} = 1$$

समीकरण $\frac{x}{c} + \frac{y}{3} = 1$ से तुलना करने पर,

$$20a = -3, \; c = 5a = -\frac{3}{4}$$

$\therefore$ अभीष्ट दूरी

$$= \frac{|a-1|}{\sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{400}}} = \frac{\left|\frac{-3}{20} - 1\right|}{\sqrt{\frac{16+1}{400}}} = \frac{\frac{23}{10}}{\frac{\sqrt{17}}{20}} = \frac{23}{\sqrt{17}}$$

70. (a) रेखाएँ एक-दूसरे के परस्पर समान्तर हैं।

$$\therefore \quad -p(p^2 + 1) = p^2 + 1 \Rightarrow p = -1$$

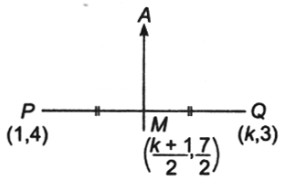
$\therefore p$ का केवल एक मान सम्भव है।

71. (a) $\because PQ$ की प्रवणता $= \frac{4-3}{1-k} = \frac{1}{1-k}$

AM की प्रवणता $= (k-1)$

$\therefore AM$ का समीकरण निम्न है

$$y - \frac{7}{2} = (k-1)\left[x - \left(\frac{k+1}{2}\right)\right]$$



y-अक्ष के अन्त:खण्ड के लिए $x = 0$, $y = -4$

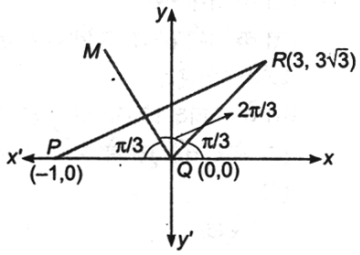
$$-4 - \frac{7}{2} = -(k-1)\left(\frac{k+1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{15}{2} = \frac{k^2 - 1}{2} \Rightarrow k^2 - 1 = 15$$

$$\Rightarrow \quad k^2 = 16 \Rightarrow k = \pm 4$$

72. (c) रेखा QM की प्रवणता $= \tan\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$

अत: रेखा QM का समीकरण निम्न है

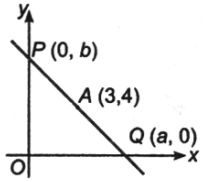


$$y = -\sqrt{3}x \Rightarrow \sqrt{3}x + y = 0$$

73. (a) चूँकि रेखा PQ का मध्य-बिन्दु A है।

$$\therefore \quad 3 = \frac{a+0}{2} \Rightarrow a = 6$$

तथा $\quad 4 = \frac{0+b}{2} \Rightarrow b = 8$



अत: रेखा का समीकरण निम्न है

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \Rightarrow 4x + 3y = 24$$

74. (a) बिन्दु (a, a^2), रेखाओं $x - 2y = 0$ तथा $3x - y = 0$ द्वारा परिबद्ध खण्ड में स्थित है।

$$\therefore \quad (a - 2a^2)(3a - a^2) < 0$$

$$\Rightarrow \quad \left[a - \frac{1}{2}\right](a-3) < 0 \; \therefore a \in \left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

75. (b) चूँकि a, b तथा c हरात्मक श्रेणी में हैं, तब $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ तथा $\frac{1}{c}$ समान्तर श्रेणी में होंगे।

$$\therefore \quad \frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

अत: सरल रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{1}{c} = 0$ हमेशा स्थिर बिन्दु $(1, -2)$ से होकर जाती है।

76. (b) रेखाओं $ax+2by+3b=0$ तथा $bx-2ay-3a=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण निम्न है

$$(ax+2by+3b)+\lambda(bx-2ay-3a)=0 \quad \ldots(i)$$

यहाँ, रेखा x-अक्ष के समान्तर है।

$\therefore x$ का गुणांक $=0$

$$\Rightarrow \quad a+\lambda b=0 \Rightarrow \lambda=-\frac{a}{b}$$

λ का मान समी (i) रखने पर,

$$b(ax+2by+3b)-a(bx-2ay-3a)=0$$

$$\Rightarrow \quad 2b^2y+3b^2+2a^2y+3a^2=0$$

$$\Rightarrow \quad 2(b^2+a^2)y+3(b^2+a^2)=0 \Rightarrow y=-\frac{3}{2}$$

$\therefore$ अभीष्ट रेखा x-अक्ष से नीचे है तथा उससे $\frac{3}{2}$ दूरी पर है।

77. (c) दी गई रेखाएँ $3x-4y+7=0$ या $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}$ ...(i)

तथा $12x+5y-2=0$ या $y=-\frac{12}{5}x+\frac{2}{5}$ ...(ii)

रेखाओं के बीच कोण के समद्विभाजक का समीकरण

$$\frac{3x-4y+7}{\sqrt{3^2+4^2}}=\pm\frac{12x+5y-2}{\sqrt{12^2+5^2}}$$

$\therefore$ रेखाओं के बीच न्यून कोण का कोण समद्विभाजक

$$\frac{3x-4y+7}{5}=\frac{12x+5y-2}{13}$$

$$\Rightarrow \quad 39x-52y+91=60x+25y-10$$

$$\therefore \quad 21x+77y-101=0$$

78. (a) माना शीर्ष C (x,y) तथा केन्द्रक $G(x_1,y_1)$ है।

$$\therefore \quad x_1=\frac{x+2-2}{3} \text{ तथा } y_1=\frac{y-3+1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad x_1=\frac{x}{3} \text{ तथा } y_1=\frac{y-2}{3}$$

$\because$ केन्द्रक रेखा $2x+3y=1$ पर स्थित है

$$\therefore \quad 2x_1+3y_1=1 \Rightarrow 2\frac{x}{3}+3\frac{(y-2)}{3}=1$$

$$\Rightarrow \quad 2x+3y-6=3 \Rightarrow 2x+3y=9$$

79. (d) माना रेखा x-अक्ष को a तथा y-अक्ष को b दूरी पर प्रतिच्छेद करती है

$$\because \quad a+b=-1 \Rightarrow b=-(a+1)$$

$\therefore$ रेखा का समीकरण, $\frac{x}{a}-\frac{y}{a+1}=1$

$$\therefore \quad \frac{4}{a}-\frac{3}{a+1}=1 \Rightarrow \frac{4(a+1)-3a}{a(a+1)}=1$$

$$\Rightarrow \quad 4a+4-3a=a^2+a$$

$$\Rightarrow \quad a+4=a^2+a \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2$$

$\therefore$ रेखा का समीकरण,

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1 \text{ तथा } \frac{x}{-2}-\frac{y}{1}=1$$

80. (c) $\because$ रेखाओं के समीकरण $x+y=0$ व $x-y=0$ हैं।

$\therefore$ इनके बीच के कोणों के समद्विभाजकों का समीकरण निम्न है

$$\frac{x+y}{\sqrt{1+1}}=\pm\frac{x-y}{\sqrt{1+1}}$$

$$\Rightarrow \quad x+y=\pm(x-y)$$

धनात्मक चिह्न लेने पर, $x+y=(x-y)$

$$\Rightarrow \quad y=0$$

ऋणात्मक चिह्न लेने पर, $x+y=-(x-y)$

$$\Rightarrow \quad x=0$$

अतः समद्विभाजकों के समीकरण $x=0$ व $y=0$ हैं।

81. (c) रेखा का कुल

$$(x-2y+3)+\lambda(2x-3y+4)=0$$

बिन्दु $P(1,2)$ पर संगामी है।

यदि उपरोक्त रेखा के सापेक्ष बिन्दु $A(2,3)$ का प्रतिबिम्ब $B(h,k)$ है, तब $AP=BP$

$$\Rightarrow \quad (h-1)^2+(k-2)^2=(2-1)^2+(3-2)^2$$

$\therefore$ बिन्दु P का बिन्दुपथ $x^2+y^2-2x-4y+4=0$ है।

82. (b) बिन्दु (1, 3) की रेखा $3x+4y=5$ से लम्बवत् दूरी 2 इकाई है, जबकि

$$\sec^2\theta+2\,\text{cosec}^2\,\theta \geq 3$$

(क्योंकि $\sec^2\theta, \text{cosec}^2\,\theta \geq 1$)

अतः रेखा पर अभीष्ट बिन्दुओं की संख्या 2 होगी।

83. (a) A के संगत रेखा का समीकरण

$$(px+qy-1)+\lambda(qx+py-1)=0$$

जोकि बिन्दु (p,q) से होकर जाती है।

अतः $$\lambda=-\frac{(p^2+q^2-1)}{2pq-1}$$

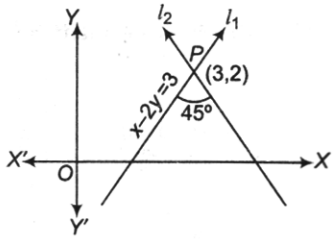
84. (b) रेखा l_1 की समीकरण

$$x-2y=3 \quad \ldots(i)$$

समी (i) की प्रवणता,

$$m_1=-\left(\frac{1}{-2}\right)$$

$$m_1=\frac{1}{2}$$



रेखाओं के बीच कोण,

$$\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$$

दिया है, $\theta=45°$,

$m_1=\frac{1}{2}, m_2=m$ (माना)

$$\therefore \quad \tan 45°=\left|\frac{\frac{1}{2}-m}{1+\frac{1}{2}m}\right| \Rightarrow 1=\left|\frac{1-2m}{2+m}\right|$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1-2m}{2+m}=\pm 1$$

धनात्मक चिह्न लेने पर,

$$\frac{1-2m}{2+m}=1 \Rightarrow 1-2m=2+m$$

$$\Rightarrow \quad 1-2=3m$$

$$\Rightarrow \quad m=-\frac{1}{3}$$

ऋणात्मक चिह्न लेने पर,

$$\frac{1-2m}{2+m}=-1$$

$$\Rightarrow \quad 1-2m=-2-m$$

$$\Rightarrow \quad 1+2=2m-m$$

$$\Rightarrow \quad m=3$$

अब, रेखा l_2 के समीकरण,

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$\Rightarrow \quad y-2=-\frac{1}{3}(x-3) \qquad \left(\text{जब } m=-\frac{1}{3}, x_1=3, y_1=2\right)$$

$\Rightarrow \quad 3y - 6 = -x + 3$

$\Rightarrow \quad x + 3y - 9 = 0$

पुनः $\quad y - 2 = 3(x - 3) \quad \begin{pmatrix} \text{जब } m = 3, \\ x_1 = 3, y_1 = 2 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \quad y - 2 = 3x - 9$

$\Rightarrow \quad 3x - y - 9 + 2 = 0$

$\Rightarrow \quad 3x - y - 7 = 0$

85. (a) चित्र में PA आने वाली किरण तथा AR अपवर्तित किरण है जोकि x-अक्ष से θ कोण आन्तरित करती है। स्पष्ट है कि

$AS \perp OX$

अतः AS, $\angle PAR$ को समद्विभाजित करती है।

तब, $\quad \angle PAS = \angle RAS$

$\Rightarrow \quad \angle RAX = \angle PAO = \theta$ (माना)

$\Rightarrow \quad \angle XAP = 180° - \theta$

86. (d) रेखा $3x + y = 3$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण $x - 3y + \lambda = 0$ जोकि $(2, 2)$ से होकर जाता है।

$\Rightarrow \quad 2 - 6 + \lambda = 0$

$\Rightarrow \quad \lambda = 4$

$\therefore$ समीकरण $x - 3y + 4 = 0$

$\Rightarrow \quad y = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$

$\therefore y$-अक्ष का अन्तःखण्ड $\frac{4}{3}$ है।

87. (c) दो भुजाएँ $x - 3y = 0$ व $3x + y = 0$ परस्पर लम्बवत् है। इसलिए इसका लम्बकेन्द्र इन रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु $(0, 0)$ है।
इसलिए रेखा $3x - 4y = 0$ त्रिभुज के लम्बकेन्द्र से होकर जाती है।

88. (a) दी गई रेखाएँ निम्न हैं

$x + y = 0 \quad \ldots(i)$

$3x + y = 4 \quad \ldots(ii)$

तथा $\quad x + 3y = 4 \quad \ldots(iii)$

समी (i) व (ii), (ii) व (iii), (iii) व (i) को हल करने पर,

ΔABC के शीर्ष $A(-2, 2)$, $B(1, 1)$ व $C(2, -2)$ प्राप्त होते हैं।

अब, $\quad AB = \sqrt{(1+2)^2 + (1-2)^2}$

$= \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

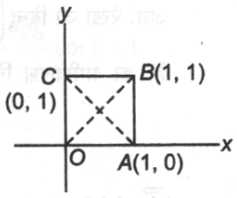
$BC = \sqrt{(2-1)^2 + (-2-1)^2}$

89. (a) विकर्ण OB का समीकरण $y = x$ है।

तथा विकर्ण AC का समीकरण,

$y - 0 = \frac{1-0}{0-1}(x - 1)$

$\Rightarrow \quad x + y = 1$



90. (c) रेखा $y = 3x - 1$ की प्रवणता $m = 3$ है। इस रेखा के समान्तर रेखा की प्रवणता $m_1 = 3$ है।

$\therefore$ रेखा का समीकरण

$y - 2 = 3(x - 1)$